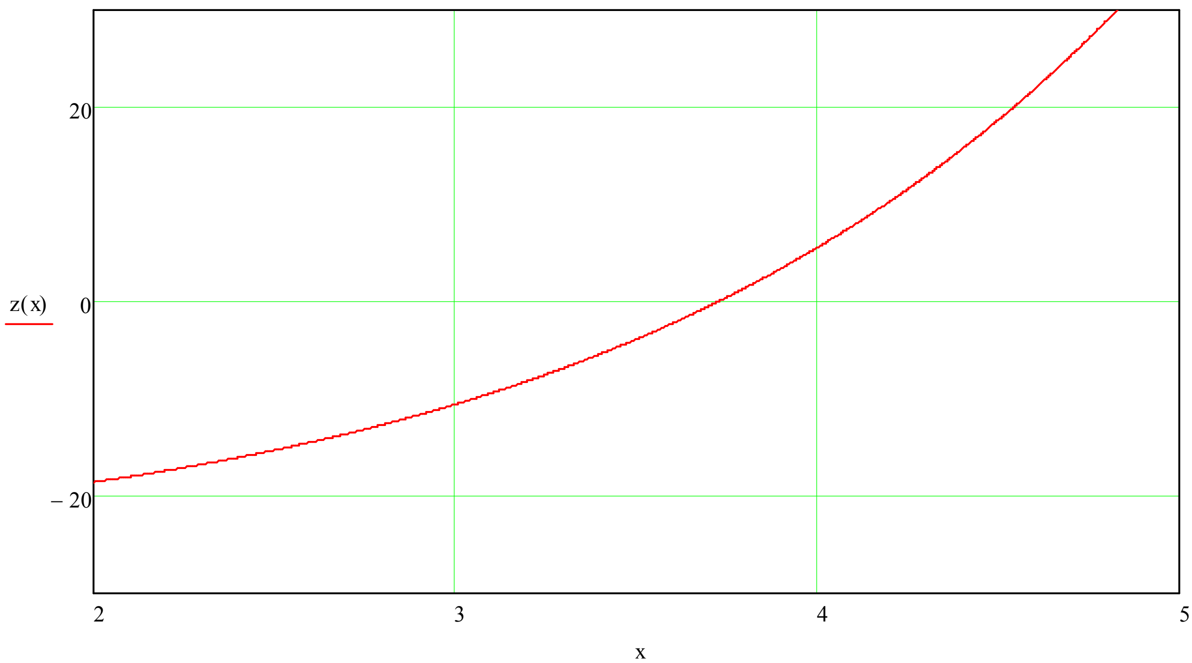
Задание №4.

Решение нелинейного уравнения.

Ns=10 Ns=24

$x \cdot e^{x/2} = 24 \Rightarrow x \cdot e^{x/2} - 24 = 0$



Как видно из графика решение уравнения следует искать на отрезке (3;4)

1) Метод бисекции.

Вибираем интервал от 3 до 4.

Итерация	1	2	3	4	5	6
a	3	3,5	3,5	3,6250	3,6875	3,7188
f(a)	-10,5549	-3,8589	-3,8589	-1,7942	-0,6943	-0,1267
b	4,0000	4,0000	3,7500	3,7500	3,7500	3,7500
f(b)	5,5562	5,5562	0,4531	0,4531	0,4531	0,4531
x=(a+b)/2	3,5000	3,7500	3,6250	3,6875	3,7188	3,7344
f(x)	-3,8589	0,4531	-1,7942	-0,6943	-0,1267	0,1617
f(a)*f(x)	40,7303	-1,7484	6,9236	1,2457	0,0879	-0,0205
f(b)*f(x)	-21,4409	2,5174	-0,8129	-0,3146	-0,0574	0,0733
меняем	a	b	a	a	a	b

x=3,7344

2) Метод хорд.

$X_{k+1}=x_k-\dfrac{x_k-x_{k-1}}{f(x_k)-f(x_{k-1})}$; $x_0=a=3$; $x_1=b=4$

Итерация	1	2	3	4	5	6
Xk-1	3	4	3,655131886	3,719281969	3,725786274	3,725633402
f(Xk-1)	-10,55493279	5,556224396	-1,2697163	-0,11688759	0,002813356	-6,0324E-06
Xk	4	3,655131886	3,719281969	3,725786274	3,725633402	3,725633729
f(Xk)	5,556224396	-1,269716299	-0,11688759	0,002813356	-6,0324E-06	-3,10404E-10
Xk+1	3,655131886	3,719281969	3,725786274	3,725633402	3,725633729	3,725633729
f(xk+1)	-1,269716299	-0,116887593	0,002813356	-6,0324E-06	-3,10404E-10	0

X=3,725633729

3) Метод Ньютона.

$X_{k+1}=x_k-\alpha\dfrac{f(x_k)}{f'(x_k)}$; $\alpha=\begin{cases}1, & |f(x_{k+1})|<|f(x_k)| \\ \dfrac{\alpha}{2}, & |f(x_{k+1})|\ge|f(x_k)|\end{cases}$

Найдем чему равна производная :

$$f'(x)=\left(xe^{x/2}-24\right)'=e^{x/2}+x\frac{1}{2}e^{x/2}=e^{x/2}\left(1+0.5x\right)$$

Итерация	1	2	3	4	5	6
Xk	4	3,74934893	3,725822303	3,725633741	3,725633729	3,7256337289
f(Xk)	5,556224396	0,44086859	0,003477886	2,21208E-07	0	0
f'(Xk)	22,1671683	18,739131	18,44420343	18,44185723	18,44185708	18,44185708
alfa	1	1	1	1	1	1
Xk+1	3,749348933	3,7258223	3,725633741	3,725633729	3,725633729	3,725633729
f(xk+1)	0,440868586	0,00347789	2,21208E-07	0	0	0

Xk=b=4

x=3,7256337289 (получили результат уже на 4 итерации)

4) Метод простых итераций.

X0=a=3

$x_1=f(x_0)=xe^{x/2}-24$

$x_{k+1}=\varphi(x_k)$

$\varphi(x_k)=\varepsilon_k\cdot\alpha_k\cdot f(x_k)+x_k$ (домножаем на коэффициент 10 что бы ускорить сходимость)

$$\varepsilon_k = \begin{cases} 1, \left| f'(x_k) \right| < 1 \\ \dfrac{1}{f'(x_k)}, \left| f'(x_k) \right| \geq 1 \end{cases} \qquad \alpha_k = \begin{cases} -1, f(x_k) < 0 \\ 1, f(x_k) > 0 \end{cases}$$

Итерация	1	2	3	4	5	6
Xk	3	3,47615161	3,702055479	3,725444146	3,725633717	3,725633729
f(Xk)	-10,55493279	-4,2332423	-0,43138534	-0,00349603	-2,2361E-07	0
f'(Xk)	22,1671683	18,739131	18,44420343	18,44185723	18,44185708	18,44185708
alfa	-1	-1	-1	-1	-1	-1
e	0,045111761	0,05336427	0,054217576	0,054224474	0,054224474	0,054224474
xk+1	3,476151606	3,70205548	3,725444146	3,725633717	3,725633729	3,725633729
f(xk+1)	-4,233242262	-0,4313853	-0,00349603	-2,2361E-07	0	0

x=3,725633729

Итоговая таблица:

Метод	Корень
Метод бисекции	3,7344
Метод хорд.	3,725633729
Метод Ньютона.	3,725633729
Метод простых итераций.	3,725633729

Последние три метода показали достаточно быструю сходимость и тосность результатов.
Метод биссекции самый медленный, если бы продолжили итерации то и данный метод нашел бы достаточно точное решение, но за большее число итераций.