

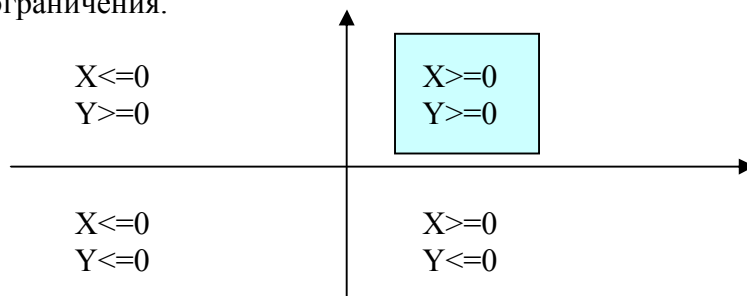
Геометрическое решение задачи линейного программирования

$$F(x, y) = 2x + 5y \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 2x + y \geq 5 \\ 4x + 3y \leq 18 \\ 2x + y \leq 15 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$$

1. Графический метод решения.

Область допустимых значений будет находиться в первом квадранте, исходя из 4 ограничения.



Отображаем на плоскости прямые соответствующие границам неравенств:

1)

$$2x + y \geq 5$$

$$l_1 : 2x + y = 5$$

$$\frac{2x}{5} + \frac{y}{5} = 1 \Rightarrow (2.5; 0); (0; 5)$$

2)

$$4x + 3y \leq 18$$

$$l_2 : 4x + 3y = 18$$

$$\frac{x}{4.5} + \frac{y}{6} = 1 \Rightarrow (4.5; 0); (0; 6)$$

3)

$$2x + y \leq 15$$

$$l_3 : 2x + y = 15$$

$$\frac{x}{7.5} + \frac{y}{15} = 1 \Rightarrow (7.5; 0); (0; 15)$$

Схематически отмечаем штрихом области удовлетворяющие нашим неравенствам: если знак $\geq$, то заштриховываем ту полуплоскость, которая находится выше и правее границы, если знак $\leq$, то заштриховываем ту полуплоскость, которая находится ниже и левее границы.

Полностью заштрихуем ту область, где все штрихи пересекаются. Это и будет нашей допустимой областью D (область допустимых значений)

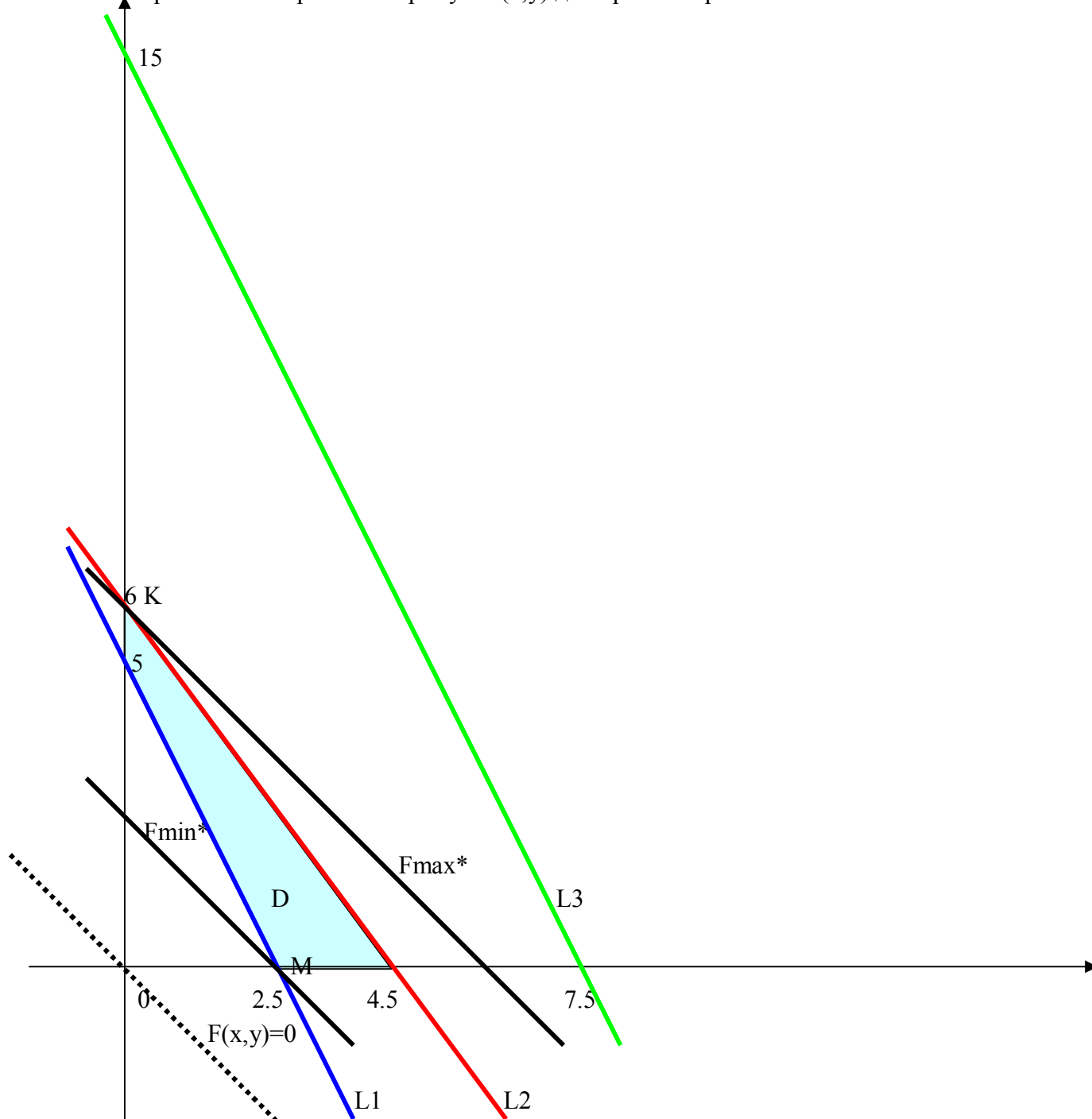
Проведем через начало координат прямую, соответствующую прямой функции цели:

$$F(x, y) = 2x + 5y = 0$$

$(0; 0);$

$(5; -2)$

Параллельно переносим прямую $F(x, y)$ до первого пересечения с областью D .



В точке первого пересечения с областью и будет искомое минимальное значение функции $F(x, y)$ при заданных ограничениях.

Как видно из графика, это происходит в точке M :

Координаты точки М : (пересечение прямой L_1 и оси OX):

$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x = 5 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2.5 \\ y = 0 \end{cases}$$

$$M_1(x=2.5; y=0)$$

$$F(2.5; 0) = 2 \cdot 2.5 + 5 \cdot 0 = 5$$

Минимальное значение функции $F(x,y)=2x+5y$ при заданных ограничениях достигается в точке $(x=2.5; y=0)$ и равно $F(x,y)=5$

В точке последнего пересечения с областью D будет максимальное значение функции $F(x,y)$ при заданных ограничениях.

Как видно из графика ,это происходит в точке К :

Координаты точки В : (пересечение прямой L_2 и оси OY):

$$\begin{cases} 4x + 3y = 18 \\ x = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3y = 18 \\ x = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 6 \\ x = 0 \end{cases}$$

$$B(x=0; y=6)$$

$$F(0;6) = 2 \cdot 0 + 5 \cdot 6 = 30$$

Максимальное значение функции $F(x,y)=2x+5y$ при заданных ограничениях достигается в точке $(x=0; y=6)$ и равно $F(x,y)=30$