

Время (в годах) безотказной работы прибора подчинено показательному закону:

$$f(t) = \begin{cases} 2 \exp(-2 * t), & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$$

- a) Найти функцию распределения;
- b) Какова вероятность, что прибор проработает не более года?

РЕШЕНИЕ:

a) находим функцию распределения:

$$F(t) = P(T < t) = \int_{-\infty}^t f(x) dx$$

При $t < 0$ $f(t) = 0$

$$F(t) = P(T < t) = \int_{-\infty}^t 0 dx = 0$$

При $t \geq 0$ $f(t) = 2 \exp(-2t)$

$$F(t) = P(T < t) = \int_{-\infty}^0 0 dx + \int_0^t 2e^{-2x} dx = 0 + 2 * \frac{1}{-2} e^{-2x} \Big|_0^t =$$
$$= -1(e^{-2t} - 1) = 1 - e^{-2t}$$

Записываем функцию распределения:

$$F(t) = \begin{cases} 1 - e^{-2t}, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$$

б) Найдем вероятность того, что прибор проработает менее года:

$$P(T < 1) = F(1) = 1 - e^{-2*1} = 1 - e^{-2} = 1 - \frac{1}{e^2} = 1 - \frac{1}{7.389056} = 1 - 0.135335 = 0.864665$$

ОТВЕТ: а) функция распределения $F(t) = \begin{cases} 1 - e^{-2t}, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$

б) вероятность, что прибор проработает меньше 1 года = 0,864665