Найти пределы 1-го типа

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{4x^2+2x}-\sqrt{x+3}}{\sqrt[3]{64x^3+1}+2}$$

Рассмотрим числитель и знаменатель:

Числитель:

$$\sqrt{4x^2+2x}-\sqrt{x+3}=\sqrt{x^2(4+2/x)}-\sqrt{x^2(1/x+3/x^2)}=x\sqrt{(4+2/x)}-x\sqrt{(1/x+3/x^2)}=x(\sqrt{(4+2/x)}-\sqrt{(1/x+3/x^2)})$$

Знаменатель

$$\sqrt[3]{64x^3+1}+2=\sqrt[3]{x^3(64+1/x^3)}+2=x\sqrt[3]{64+1/x^3}+x*2/x=x(\sqrt[3]{64+1/x^3}+2/x)$$

Тогда наша дробь будет:

$$\frac{x(\sqrt{(4+2/x)}-\sqrt{(1/x+3/x^2)})}{x(\sqrt[3]{64+1/x^3}+2/x)}$$ сокращаем все на x так как $x\to\infty$

Тогда $\dfrac{\sqrt{(4+2/x)}-\sqrt{(1/x+3/x^2)}}{\sqrt[3]{64+1/x^3}+2/x}$

От предела вида $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sqrt{4x^2+2x}-\sqrt{x+3}}{\sqrt[3]{64x^3+1}+2}$ перешли к $=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sqrt{(4+2/x)}-\sqrt{(1/x+3/x^2)}}{\sqrt[3]{64+1/x^3}+2/x}$

Если $x\to\infty$, то $\dfrac{const}{x}\to 0$

Тогда числитель $\sqrt{(4+2/x)}-\sqrt{(1/x+3/x^2)}\xrightarrow[x\to\infty]{}\sqrt{4+0}+\sqrt{0+0}=2$

Знаменатель: $\sqrt[3]{64+1/x^3}+2/x\xrightarrow[x\to\infty]{}\sqrt[3]{64+0}+0=4$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{(4+2/x)}-\sqrt{(1/x+3/x^2)}}{\sqrt[3]{64+1/x^3}+2/x}=\frac{2}{4}=0.5$$