

Исключительно для ознакомительной цели.

Найти пределы 2-го типа

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 16}$$

Числитель $x^2 - 5x + 4 \xrightarrow{x=4} 16 - 20 + 4 = 0$

Знаменатель: $x^2 - 16 \xrightarrow{x=4} 16 - 16 = 0$

Имеем 0 на 0

Разложим числитель и знаменатель на множитель.

Числитель: $x^2 - 5x + 4 = 0$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 16}}{2} = \frac{5 \pm 3}{2}$$

$$x_1 = 4$$

$$x_2 = 1$$

$$x^2 - 5x + 4 = (x - 4)(x - 1)$$

Знаменатель так же раскладываем на множители как разность квадратов:

$x^2 - 16 = (x - 4)(x + 4)$ тогда наш предел можем переписать в виде:

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 16} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x - 4)(x - 1)}{(x - 4)(x + 4)} \quad // \text{сокращаем на } (x - 4) // = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x - 1)}{(x + 4)}$$

Теперь нет неопределенности 0 на 0

Числитель при $x \rightarrow 4$ стремится к $4 - 1 = 3$

Знаменатель стремится к $4 + 4 = 8$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 16} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x - 4)(x - 1)}{(x - 4)(x + 4)} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x - 1)}{(x + 4)} = \frac{4 - 1}{4 + 4} = \frac{3}{8}$$