Найдите неопределенный интеграл. Результат интегрирования проверьте дифференцированием.

$$\int \frac{3x^2 - \sqrt{x^3} + 7}{x^3} dx$$

Решение:

$$\int \frac{3x^2 - \sqrt{x^3} + 7}{x^3} dx = \int \frac{3x^2}{x^3} dx - \int \frac{\sqrt{x^3}}{x^3} dx + \int \frac{7}{x^3} dx =$$

$$= \int \frac{3}{x} dx - \int x^{\frac{3}{2}-3} dx + 7\int x^{-3} dx = 3\int \frac{dx}{x} - \int x^{-\frac{3}{2}} dx + 7\int x^{-3} dx =$$

$$= 3\ln|x| - \frac{x^{\frac{-3}{2}+1}}{\frac{-3}{2}+1} + 7\frac{x^{-3+1}}{-3+1} + C = 3\ln|x| + 2\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{7}{2x^2} + C$$

C -const

Правила по которым интегрировали:

1) интеграл от суммы функций = сумме интегралов от каждой функции
2) $\int \frac{dx}{x} = \ln|x| + C$
3) $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$
4) Коэффициент выносится за интеграл

Проверим полученный результат дифференцированием:

$$x < 0$$

$$y(x) = 3\ln|x| + 2\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{7}{2x^2} + C$$

$$y^{'}(x) = (3\ln|x| + 2\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{7}{2x^2} + C)^{'} =$$

$$= 3(\ln|x|)^{'} + 2(x^{-1/2})^{'} - \frac{7}{2}(x^{-2})^{'} + (C)^{'} =$$

$$= 3\frac{1}{x} + 2*(-1/2)x^{-1/2-1} - \frac{7}{2}(-2)x^{-2-1} + 0 =$$

$$= 3\frac{1}{x} - x^{-3/2} + 7x^{-3} =$$

$$= \frac{3}{x} - \frac{1}{\sqrt{x^3}} + \frac{7}{x^3} = \{приводимк\_к\_общему\_знаменателю\} =$$

$$= \frac{3x^2 - \sqrt{x^3} + 7}{x^3}$$

Формулы которые были использованы при дифференцировании:

1) $(\ln|u|)' = \frac{1}{u} \cdot u'$

2) $c' = 0$ (c – число)

3) $(u^{\alpha})' = \alpha u^{\alpha - 1} \cdot u'$ (α – число)